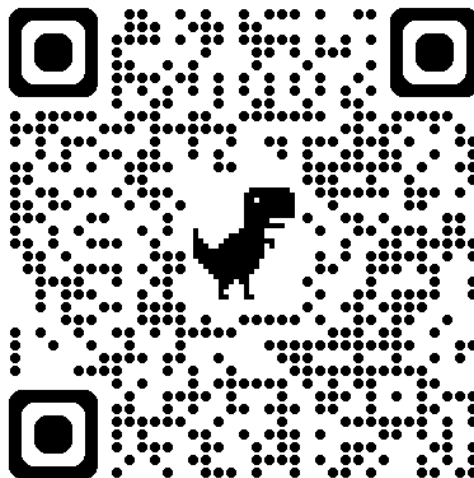


# Analyse I pour SV : Organisation du cours et motivation

David Strütt

EPFL MATH-101(f) Analyse I - 9 septembre 2024



Retransmission live

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

Enseignant : David Strütt

Chargé de cours depuis 2019

Ancien étudiant de l'EPFL

Plus 18 assistant · es étudiant · es et doctorant · es

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# Ressources

Les ressources d'apprentissages auxquelles vous avez accès sont :

- Les cours ex cathedra les lundis de 8h15 à 10h00 en CO 2 et les mercredis de 10h15 à 12h00 au STCC Cloud C. Ce qui est écrit dans le cours est disponible tous les vendredi. Le cours est retransmis en live ; voir le lien sur moodle.
- Les séries d'exercices publiées sur moodle (6 jours avant la séance correspondante, la série est publiée, le lendemain de la séance, le corrigé est publié.)
- Un polycopié, un mooc, les vidéos du cours d'automne 2021, des exercices supplémentaires, d'anciens examens avec leurs corrigés.

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# Ressources

Les ressources d'apprentissages auxquelles vous avez accès sont :

- Les séances d'exercices avec les assistant · es les jeudis de 8h15 à 10h00 (Attention, la CM 121 n'aura pas d'assistant · e). Voir la répartition indicative dans les salles d'exercice sur moodle.
- 2 exercices corrigés que vous pouvez rendre.
- Le forum Ed Discussions surveillé par des assistant · es les mardis soirs à partir de la semaine 3.
- Les séances de soutien tous les soirs du lundi au jeudi dès la semaine 4.

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# Ressources

À propos du cours de mercredi au STCC Cloud C :

Certaines semaines, la salle n'est pas dispo.

Je ne suis pas encore 100% arrêté sur quoi faire. Le plan actuel : cours remplacé par une vidéo.

Sur isa, l'auditoire indiqué est le CE 3 ; il est réservé pour le cours.

À propos du polycopié :

- Existe en 2 versions, utilisez la version recommandée (démonstrations en annexe)
- Pensé comme une référence (on ne fera de loin pas tout)
- En version beta (3ème itération)
- Très similaire à ce que je fais dans le cours.

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# Ressources

À propos du forum Ed-Discussion :

- Surveillé à partir de la semaine 3
- Merci d'utiliser des titres descriptifs (Série XX, Ex XX, ...)
- Maintenu pendant les révisions

À propos des séances du soir :

- Les assistant · es ne sont pas ceux de ce cours (sauf les jeudis )
- Facultatif

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# Examen(s)

L'examen aura une partie QCM, une partie VF et une partie ouverte. Tout ce qui est dans le cours et les exercices peut être à l'examen à l'exception de ce qui est précisé comme n'étant pas dans le champ de l'examen et de certaines preuves (une liste des preuves à connaître sera mise à jour au fur et à mesure du semestre ; elle comptera environ 10 démos)

Pendant la semaine 9, il y aura un examen blanc. Les questions sont tirées d'anciens examens (attention au spoil.)

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# Questions

Questions ?

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

**Questions**

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

"En mathématiques, on ne comprend pas les choses, on s'y habitue"

John Von Neumann  
(1903-1957)

Pour apprendre des nouvelles mathématiques, le mieux c'est d'avoir quelqu'un qui nous l'explique dans une discussion, ensuite, c'est d'avoir quelqu'un qui nous l'explique dans un cours/séminaire et le pire est de lire un livre sur le sujet.

Andrew Wiles

Dans une conversation avec Hannah Fry lors de la Oxford Mathematics public lecture du 28.11.2017 à Londres

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# Pourquoi les mathématiques ?

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# C'est quoi les mathématiques ?

**Mathematics** is an area of [knowledge](#) that includes the topics of numbers, formulas and related structures, shapes and the spaces in which they are contained, and quantities and their changes. These topics are represented in modern mathematics with the major subdisciplines of [number theory](#),<sup>[1]</sup> [algebra](#),<sup>[2]</sup> [geometry](#),<sup>[1]</sup> and [analysis](#),<sup>[3][4]</sup> respectively. [There is no general consensus among mathematicians about a common definition for their academic discipline.](#)

Article Wikipedia sur les mathématiques.

Les mathématiques sont la science de la déduction théorique.

Utilisateur reddit anonyme.

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# C'est quoi une déduction ?

$$A \Rightarrow B$$

Par exemple si on s'intéresse à des triangles,  $A$  = "le triangle est rectangle" et  $B$  = "la somme des cathètes au carré donne l'hypothénuse au carré".

La déduction  $A \Rightarrow B$  est vraie, si dès que  $A$  est vraie,  $B$  est vraie aussi. Dans notre exemple, le théorème de Pythagore assure que la déduction est vraie.

Remarquez que dans une déduction on s'intéresse à la véracité de trois choses :  $A$ ,  $B$  et  $A \Rightarrow B$ .

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# Rigueur mathématique

## Définition

*Dans un jeu à deux joueurs  $A$  et  $B$ , une stratégie parfaite pour  $A$  consiste à associer à chaque situation à laquelle le joueur  $A$  peut être confronté, un coup à jouer de telle sorte que la partie se termine toujours par une victoire du joueur  $A$  ou un match nul.*

## Théorème

*Il est possible de trouver une stratégie parfaite pour le jeu d'échecs.*

Question : Ce théorème est-il vrai ?

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# Rigueur mathématique

En 1913, Ernst Zermelo a démontré qu'une stratégie parfaite existe pour les échecs.

Plus généralement une stratégie parfaite existe si :

- le jeu n'a pas de hasard (lancé de dés, pioche de cartes dans une pile mélangée,...)
- pas d'information cachée (pas de carte en main, ...)
- un nombre fini de tours.

Actuellement, si on écrivait un algorithme pour la trouver sur un ordinateur moderne, la question est l'algorithme va-t-il arriver au bout des calculs avant que notre soleil explose ?

**Problème** : Ca veut dire quoi trouver une stratégie parfaite ?  
Les mathématiques parlent de théorèmes, mais elles parlent aussi (et surtout) de définitions !

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# Rigueur mathématique

En Suisse en 2020, 10 enfants sont nés chaque heure.

En Suisse en 2020, chaque heure, 10 enfants sont nés.

<https://www.bfs.admin.ch/bfs/fr/home/statistiques/population/naissances-deces/naissances.html>

Ces deux phrases ont-elles la même signification ?

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# Rigueur mathématique

En Suisse en 2020, 10 enfants sont nés chaque heure.

En Suisse en 2020, chaque heure, 10 enfants sont nés.

<https://www.bfs.admin.ch/bfs/fr/home/statistiques/population/naissances-deces/naissances.html>

Le concept en rose dépend-il du concept en bleu ? En d'autres termes, si le concept en bleu change, celui en rose change-t-il aussi ?

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# Rigueur mathématique

La structure des phrases en français ne nous permet pas d'établir avec certitude quels concepts dépendent desquels. On utilise l'expérience et le contexte pour déterminer les dépendances.

On ajoute la règle de **grammaire** :

**Un concept n'a la droit de dépendre que de ceux mentionnés avant.**

"En Suisse en 2020, chaque heure, 10 enfants sont nés." est vrai.

"En Suisse en 2020, 10 enfants sont nés chaque heure." est faux.

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

Questions ?

Présentations

Organisation

Ressources

Examen(s)

Questions

Conseil(s)

Exercices > Cours

Motivation

C'est quoi les  
mathématiques ?

C'est quoi une déduction ?

Rigueur mathématique

The End

# Chapitre 0 : Rapports & notions de base

## § 0.1 Ensembles

### Définition 0.1 (Ensemble)

Un ensemble est une collection d'éléments. On peut définir les ensembles à l'aide d'une propriété :

$X = \{n : n \text{ est un nombre naturel impair plus petit que } 8\}$   
ce qui énumère les éléments

$\{1, 3, 5, 7\}$

Ces deux ensembles sont les mêmes car ils ont exactement les mêmes éléments. L'ordre dans lequel on liste les éléments n'a pas d'importance :  $\{3, 5, 1, 7\}$  est toujours le même ensemble.

## Notation 0.2 :

Soient  $a, b$  deux objets,  $A, B$  deux ensembles

(i) On écrit  $a \in A$  pour dire que  $a$  appartient à  $A$

Soit  $a$  vérifie la propriété qui définit  $A$ , soit  $a$  apparaît dans la liste.

(ii) On écrit  $a \notin A$  pour dire que  $a$  n'appartient pas à  $A$ .

Par ex :  $5 \in X$ ,  $11 \notin X$ .

(iii) On écrit  $A \subseteq B$  pour dire que  $A$  est un sous-ensemble de  $B$ , i.e. chaque élément de  $A$  est aussi un élément de  $B$

(iv) On écrit  $A \not\subseteq B$  pour dire que  $A$  n'est pas un sous-ensemble de  $B$ , i.e.  $A$  contient un élément qui n'est pas dans  $B$ .

$\{1, 7\} \subseteq X$ ,  $\{1, 3, 5, 7\} \subseteq X$ ,  $\{2, 4\} \not\subseteq X$ ,  $\{5, 6, 7\} \not\subseteq X$

- (v) On écrit  $A = B$  pour dire que  $A$  et  $B$  sont égaux, i.e. ils contiennent exactement les mêmes éléments.
- (vi) On écrit  $A \neq B$  pour dire que  $A$  et  $B$  sont différents, i.e.  $A$  contient un élément qui n'est pas dans  $B$  ou  $B$  contient un élément qui n'est pas dans  $A$ .
- (vii) On note  $\emptyset = \{\}$  l'unique ensemble vide qui n'a aucun élément.

### Remarque 0.3

- (i) Quel que soit l'ensemble  $A$ , on a toujours  $\emptyset \subseteq A$ ,  $A \subseteq A$ .
- (ii)  $A = B$  si et seulement si  $A \subseteq B$  et  $B \subseteq A$ .

## Définition 0.6

Soient  $A$  &  $B$  deux ensembles

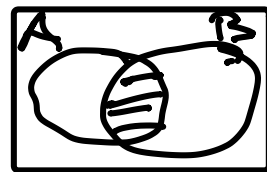
(i) L'union de  $A$  et  $B$  notée  $A \cup B$  est l'ensemble

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ ou } x \in B\}$$



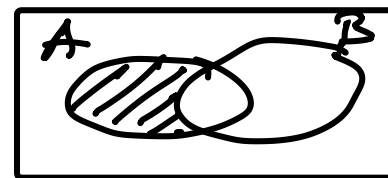
(ii) L'intersection de  $A$  et  $B$ , notée  $A \cap B$  est l'ensemble

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ et } x \in B\}$$



(iii) La différence,  $A$  privé de  $B$  notée  $A \setminus B$  est l'ensemble

$$A \setminus B = \{x : x \in A \text{ et } x \notin B\}$$



$$(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

$$= (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

## Définition 0.8 (Produit cartésien)

Soient  $A, B$  deux ensembles. Le produit cartésien  $A \times B$  est l'ensemble des couples d'un élément de  $A$  et d'un élément de  $B$ :

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}.$$

un élément  $(a, b) \in A \times B$  est appelé un couple.

L'ordre entre les deux parties du couple est important.

$$(a, b) \neq (b, a).$$

Remarques 0.9: (i) La notion de produit cartésien se généralise à plus de 2 ensembles. Par exemple :

$$A \times B \times C = \{(a, b, c) : a \in A, b \in B, \text{ et } c \in C\}$$

$$(ii) \triangle (A \times B) \times C \neq A \times (B \times C)$$

$(a, b), c$   
couple

$$\times A \times B \times C \neq$$

$a, (b, c)$

$(a, b, c)$

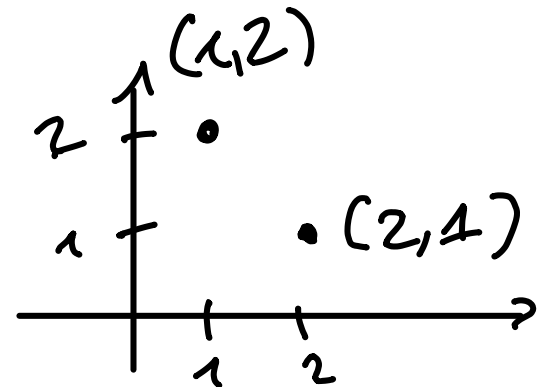
(iii) Par convention  $A \times \emptyset = \emptyset$ .

### Exemples 0.10

(i) Soient  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$

$$A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$$

(ii)  $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  le plan



## § 0.2 Les ensembles de nombres.

Notation / Définition 0.11 / 0.12 & 0.13

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}, \quad \mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}, \quad \mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\} = \{\dots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^* \right\}, \quad \mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$